



Analisi e sintesi del suono di pianoforte – Europeo Congress 2000

G. Giudici¹, G. Borin², D. Rocchesso³

1. Introduzione

Lo scopo di questo lavoro è quello di presentare alcune delle esperienze maturate nell'ambito della collaborazione, tuttora in corso, tra il Centro di Sonologia Computazionale (CSC) dell'Università degli Studi di Padova ed i Laboratori di Ricerca & Sviluppo della Generalmusic S.p.A. nel settore dello studio dei pianoforti. Lo scopo della ricerca è di studiare i meccanismi fisici alla base del processo di produzione e irradiazione del suono nei pianoforti acustici, sia per migliorare su basi scientifiche i processi progettuali e produttivi degli stessi, sia per perfezionare gli emuli digitali. Entrambi gli obiettivi sono basati in primis sulla comprensione dei fenomeni degli strumenti reali, in un progetto teso a migliorare entrambi e senza ipotesi competitive, per ora del tutto velleitarie.

La Generalmusic S.p.A è azienda leader in Europa nella produzione di strumenti Musicali Elettronici e vanta una notevole esperienza anche nella settore dei pianoforti acustici (Schulze Pollmann), un connubio non presente in altre realtà industriali Europee; il raggiungimento ed il mantenimento di tale posizione necessita di uno sforzo costante, teso al miglioramento della qualità dei propri prodotti ed in effetti, con la linea Realpiano, Generalmusic è giunta ad un importante traguardo anche nella sintesi del suono di pianoforte, riuscendo ad ottenere quello che è unanimemente riconosciuto come uno dei migliori pianoforti in tecnologia a campionamento attualmente in commercio.

Tuttavia, il pianoforte è una macchina complessa e questa complessità si ritrova completamente nel timbro che esso produce. La tecnica a campionamento, più nota come *wavetable synthesis*, pur offrendo eccellenti risultati in rapporto al suo costo, presenta alcune limitazioni strutturali che sono, se non impossibili, estremamente difficili o dispendiose da superare. Purtroppo tali limitazioni investono direttamente alcune delle caratteristiche salienti del timbro del pianoforte acustico, così che anche lo strumento digitale di qualità più elevata presenta ancora lacune molto gravi nella riproduzione di alcune delle caratteristiche più interessanti della sua nobile controparte acustica.

Proprio nell'ottica di ricercare la miglior soluzione per la sintesi di qualità, Generalmusic ha iniziato anni fa un programma di ricerca con il CSC di Padova, allo scopo di esplorare un approccio radicalmente diverso al problema. Tale approccio è basato sullo studio dei meccanismi fisici del pianoforte e sulla realizzazione di modelli numerici per la simulazione degli stessi. Lo scopo è duplice: da una parte i modelli numerici consentono di comprendere meglio le proprietà dello strumento musicale e di studiare con maggior libertà il ruolo di ciascuna parte in relazione al sistema complessivo; dall'altra, i modelli possono dare origine ad un completo *strumento virtuale* in continuo perfezionamento, in grado di produrre il suono del pianoforte simulandone completamente

¹ Generalmusic S.p.A., via delle Rose 12, 47048 S. Giovanni in Marignano (RN)

² Centro di Sonologia Computazionale dell'Università di Padova, via S.Francesco 11, 35121 Padova

³ Dipartimento Scientifico e Tecnologico, Facoltà di Scienze, Università di Verona, Strada le Grazie, 37134 Verona.



il funzionamento meccanico e acustico. Una parte consistente della ricerca ha riguardato proprio questo secondo aspetto: si sono studiate e sperimentate soluzioni originali allo scopo di giungere alla formulazione di un modello in grado di effettuare la sintesi in tempo reale di uno strumento completo senza eccessivi compromessi nei confronti delle leggi fisiche studiate e ad un costo ragionevole.

I risultati ottenuti sono stati giudicati interessanti: si è effettivamente giunti alla realizzazione di un prototipo funzionante di pianoforte che incorpora lo stato dell'arte nella modellistica delle varie parti dello strumento. Tale prototipo è stato esibito al pubblico per la prima volta in occasione del XII Colloquio di Informatica Musicale, a Gorizia nel settembre del 1998 [9].

Nel prosieguo di questo lavoro si cercherà di dare una panoramica di dettaglio sui componenti che contribuiscono alla produzione del suono nel pianoforte, cercando di mettere in evidenza gli effetti peculiari di cui tali componenti sono responsabili. Successivamente si descriverà succintamente il modello numerico realizzato.

2. Richiami di fisica del pianoforte

La fisica del pianoforte è un'interessante sintesi di semplicità e complessità. Da un lato i principi fondamentali che regolano la produzione del suono possono essere descritti con poche e semplici frasi. Dall'altra, la complessità delle proprietà timbriche di cui esso gode è assai difficile da spiegare e occorre affermare onestamente che non tutti i meccanismi fisici che contribuiscono alle peculiarità del suono dello strumento sono oggi completamente compresi.

Il principio su cui si basa la produzione del suono del pianoforte è semplice: un martelletto di legno rivestito in feltro viene lanciato contro una corda di metallo tesa. L'urto pone in movimento la corda e il movimento stesso (vibrazione) viene trasmesso attraverso un ponticello in legno alla tavola armonica. La tavola armonica, vibrando, mette in movimento l'aria sopra di essa e questa perturbazione della pressione atmosferica si propaga nell'ambiente giungendo alle nostre orecchie.

In realtà, come ben puntualizza Anskenfelt in [2], nessuna delle fasi di questo processo è fino ad ora stata compresa con il grado di dettaglio sufficiente a spiegare in modo esauriente ciò che accade nella realtà. Inoltre, materiali apparentemente semplici come il legno, il feltro, l'acciaio, si rivelano in possesso di proprietà fisiche estremamente complesse e poco riproducibili, per cui non solo si può dire che ogni strumento rappresenti un caso a sé, ma anche che ogni singola *nota* di ciascuno strumento rappresenti un fatto unico e difficilmente riproducibile.

Inoltre, lo scopo dello studio della fisica del pianoforte è largamente condizionato dalla esigenza di perfezionare ciò che esiste o di produrre strumenti nuovi con caratteristiche migliori. Di fatto però, il "giudice ultimo" della bontà dei nostri sforzi è la nostra esperienza e cultura musicale, che nel caso del pianoforte si traduce in una aspettativa di qualità quasi assoluta. Con questo vincolo, diventa estremamente difficile ottenere risultati che non siano solo significativi sul piano fisico o della ricerca, ma *utili* sul piano professionale e musicale.

2.1. La corda

2.1.1. Modi trasversali

La corda del pianoforte è costituita normalmente di un filo di acciaio armonico, di diametro e lunghezza variabili lungo il diapason della tastiera. Lo scopo di questa variabilità si comprende bene



osservando la legge che regola la frequenza fondamentale emessa da una corda *ideale* tesa, vincolata agli estremi e sollecitata dalla posizione di riposo.

$$f_{fond} = \frac{1}{Ld} \sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad (1)$$

dove L e d sono rispettivamente la lunghezza e il diametro della corda espressi in metri, T [N] è la tensione della corda in Newton (1 Newton sono circa 0.102 Kg), ρ [Kg/m³] è la densità del materiale (per l'acciaio si hanno 7850 Kg/ m³ circa). Dalla formula si vede che un aumento della tensione porta ad un aumento della frequenza, mentre un aumento di lunghezza, diametro o densità del materiale impiegato ad una diminuzione della frequenza. Per questo motivo, le corde basse del pianoforte sono più lunghe, più grosse e rivestite in metallo più pesante dell'acciaio (rame o bronzo, in modo da aumentare la densità effettiva del materiale), mentre le corde acute sono corte, sottili e in acciaio piano.

2.1.2. Inarmonicità

I parametri sopra citati non entrano in gioco solo per la frequenza del suono emesso: oltre alla brillantezza del colore timbrico del suono (vi immaginate una corda avvolta in piombo o peltro?) questi parametri sono responsabili dell'importantissimo fenomeno dell'inarmonicità del timbro [1],[2],[7]. Tale fenomeno, più evidente in corde di notevole diametro oppure di ridotta lunghezza, si manifesta in un non perfetto rapporto armonico tra la fondamentale e le parziali superiori che compongono il timbro. In particolare, il rapporto tra le armoniche superiori e la fondamentale tende a crescere, così che, ad esempio nella nota A0 di un pianoforte Schulze Pollman C190, la 40^a parziale si trova alla frequenza che competerebbe alla 41^a, cioè circa 1127.5Hz. Questo fenomeno ha due importanti effetti: il timbro emesso evoca un'idea di "suono metallico", e la leggera stonatura delle armoniche superiori produce una non perfetta periodicità del segnale, che si traduce in un piacevole effetto di "battimento interno" della nota. Inoltre, visto che il grado di inarmonicità varia lungo la tastiera, da un massimo in corrispondenza dell'A0, per raggiungere un minimo in corrispondenza dell'ottava del C2 per poi riprendere a crescere fino al C8, ottave con la fondamentale perfettamente in tono possono dare origine a fenomeni di battimento sulle armoniche superiori, che per effetto dell'inarmonicità non risultano mai tutte perfettamente in tono tra loro.

2.1.3. Perdite

Il materiale impiegato, lo stato di ossidazione e il procedimento di fabbricazione della corda condizionano in misura rilevante il grado di brillantezza del suono emesso. Tali fenomeni si raggruppano sotto la generica etichetta di *perdite*, dal momento che descrivono fenomeni, solitamente legati all'attrito, responsabili della dissipazione dell'energia interna della corda. Gli effetti di tali perdite, che si manifestano con una più rapida estinzione dei modi superiori rispetto a quelli gravi, sono più udibili nelle note gravi e nei regimi di fortissimo proprio per la maggior quantità di parziali superiori presenti in queste situazioni (un A0 in regime di fortissimo può contenere oltre 150 parziali udibili). In ogni caso, si tratta di fenomeni di difficile controllabilità, e spesso mascherati da altri ben più importanti (tra cui la cessione di energia alla tavola armonica, di cui si tratterà più approfonditamente nel seguito). Per questo, le perdite vengono più attentamente prese in considerazione in altri strumenti a corda, dotati di spettri più estesi in frequenza, come il clavicembalo o il clavicordo.



2.1.4. Intensità di emissione

Infine, giova osservare che i parametri meccanici descritti entrano in gioco anche nella regolazione dell'intensità e della durata del suono emesso. Questo, che fu uno dei motivi principali che spinsero Bartolomeo Cristofori a produrre il primo fortepiano, è un argomento della massima importanza nella progettazione di un pianoforte moderno. Di fatto, come sarà meglio spiegato nel seguito, l'intensità del suono emesso e la sua durata non sono indipendenti, ma in ogni situazione va ricercato il miglior compromesso tra i due. Per cercare di massimizzare l'intensità del suono emesso, le corde del pianoforte sono tese quasi fino ai limiti del carico di rottura dell'acciaio di cui sono formate⁴, e per la maggior parte delle note, sono disposte a coppie o terne per ciascuna nota.

2.1.5. Modi longitudinali

Infine, vale la pena di menzionare il fatto che le corde sono sede di fenomeni vibratorii di varia natura. Oltre ai cosiddetti *modi trasversali* di vibrazione, per cui il moto oscillatorio avviene in direzione ortogonale al senso della lunghezza, H.Conklin [2] ha evidenziato come la corda sia sede di modi vibrazionali *longitudinali*, ossia paralleli al senso della lunghezza. La natura fisica di questi modi vibrazionali fa sì che l'accordatore non possa controllarne il pitch attraverso la regolazione dei cavicchi, come per i modi trasversali. Ne consegue che ogni pianoforte nasce con modi longitudinali propri, dettati dalla geometria della sua struttura (principalmente dell'arpa) e dalla qualità delle corde che monta. Sebbene il contributo dei modi longitudinali sia di entità nettamente inferiore a quello dei modi trasversali, questi risultano comunque udibili nel suono emesso dal pianoforte, e particolarmente riconoscibili per le note gravi. Esistono esempi, dovuti al citato Conklin, in cui è possibile apprezzare il notevole impatto che l'intonazione di tali modi ha nella qualità del suono prodotto.

2.2. Il martelletto

2.2.1. L'urto

Alla base della produzione del suono nel pianoforte vi è un urto: quello tra la testa del martelletto e la corda. Il martelletto è, nella sua essenza, costituito da un corpo centrale in legno duro, rivestito da una striscia di feltro il cui spessore varia decrescendo dalle note gravi a quelle acute. Un martelletto viene spinto contro la corda da un insieme di leve che costituiscono la meccanica del tasto; dal punto di vista dell'interazione tra martello e corda, il ruolo della meccanica si può considerare quasi ininfluenza, dal momento che a pochi millimetri dal contatto con la corda, la meccanica rilascia il martelletto il quale prosegue la sua corsa in moto libero. Questo fatto è fondamentale sia dal punto di vista musicale che scientifico: dato che il martello colpisce la corda in regime di volo libero, tutto il controllo che un musicista può esercitare sull'esecuzione di una nota di pianoforte può essere riassunto in una semplice informazione: la velocità con cui il martello colpisce la corda⁵.

⁴ In media, per le note superiori al C2 la tensione applicata a ciascuna è di circa 85 Kg. In [3] si afferma che l'acciaio utilizzato ha un carico di rottura di circa 210 Kg/mm².

⁵ È una questione annosa e non completamente chiarita se lo stile dell'esecutore possa condizionare il timbro delle note emesse. Alcuni ricercatori, tra cui Askenfelt, hanno messo a confronto note suonate in *martellato* con altre eseguite in *appoggiato*, non rilevando alcuna differenza sistematica misurabile nello spettro del suono prodotto.

Per i fisici questo è un fatto estremamente importante, perché permette di disaccoppiare lo studio della produzione del timbro dalle caratteristiche peculiari della meccanica⁶. Per gli ingegneri che si dedicano ai modelli di sintesi questo rappresenta una notevole semplificazione, poiché, a differenza di altri strumenti come il clavicembalo, il pianista non riceve alcun “feedback” *meccanico* da parte dello strumento, ed è quindi possibile utilizzare tastiere mute (eventualmente MIDI) per pilotare i modelli numerici senza eccessivi traumi per il musicista esecutore.

La massa efficace di un martelletto varia tra gli 11g (A0) e i 5g (C8) e la sua velocità iniziale di impatto varia tra 0.5 m/s (*ppp*) e 6-8 m/s (*fff*), con il regime di *mezzoforte* collocato a circa 2-3 m/s. Con tali caratteristiche cinetiche, il martello è in grado di dislocare una terna di corde di circa 2 mm dalla posizione di riposo. Ciò che più è interessante nella dinamica dell’urto, è che il martelletto non rimbalza sulla corda per effetto dell’elasticità del feltro, ma viene spinto via dalla principalmente dalla riflessione delle perturbazioni da esso generate, provenienti dal *capodastro*. Nelle corde gravi, in genere è la prima riflessione che provvede ad allontanare il martelletto, mentre nelle note superiori al G5 il martello subisce un numero rilevante di riflessioni e viene spinto via dalla riflessione principale proveniente dal ponticello.

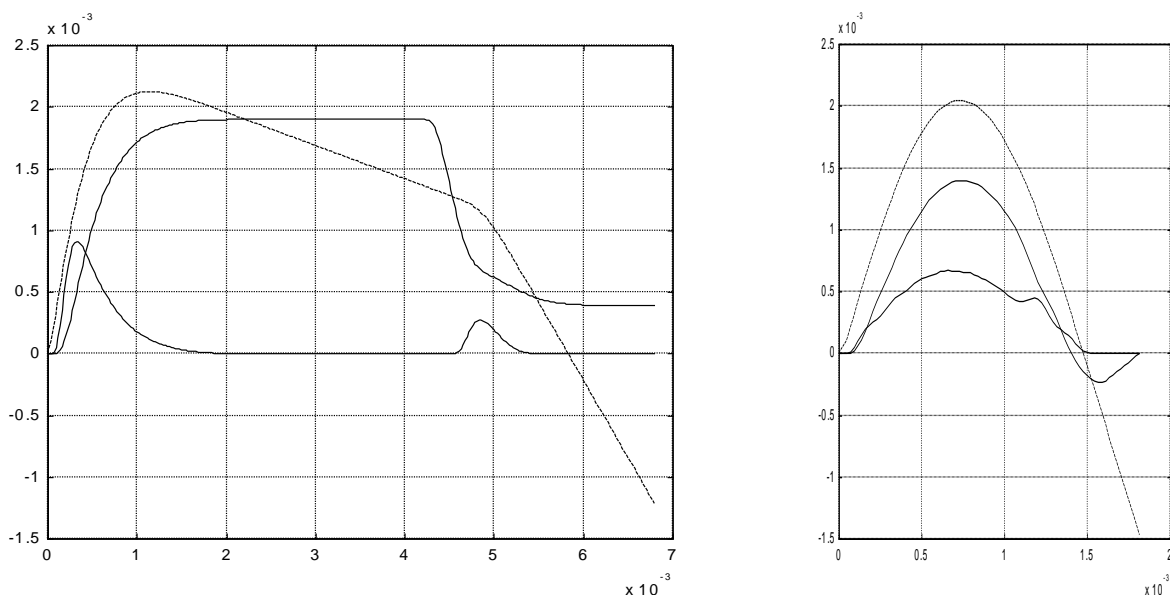


Fig 1. Interazione martelletto-corda (simulata) per le note A0 (sinistra) e A5 (destra) con dinamica *mf*. Linea tratteggiata: traiettoria del martelletto. Linea continua posizione della corda al punto di contatto. Nel grafico è anche presentato l’andamento della forza di interazione, in unità di 100 Newton.

2.2.2. Il feltro

Una delle caratteristiche fisiche più interessanti del feltro che ricopre il martelletto è l’andamento non lineare della sua elasticità. Il feltro, infatti, ha la proprietà di risultare soffice per piccole pressioni e duro per pressioni più elevate. Da questo discende un’importante proprietà: il martello disloca la corda in modo molto diverso ai vari regimi dinamici. Si può infatti constatare, sia da

⁶ Di fatto, in molti laboratori, si usa un martelletto montato su un pendolo per eccitare la cordiera di un pianoforte verticale. Questo consente una ottima riproducibilità delle note eseguite.

misure su strumenti reali che per simulazione al calcolatore, che una nota suonata ai regimi di *ppp* e *fff* ha andamenti spettrali e quindi timbri profondamente diversi.

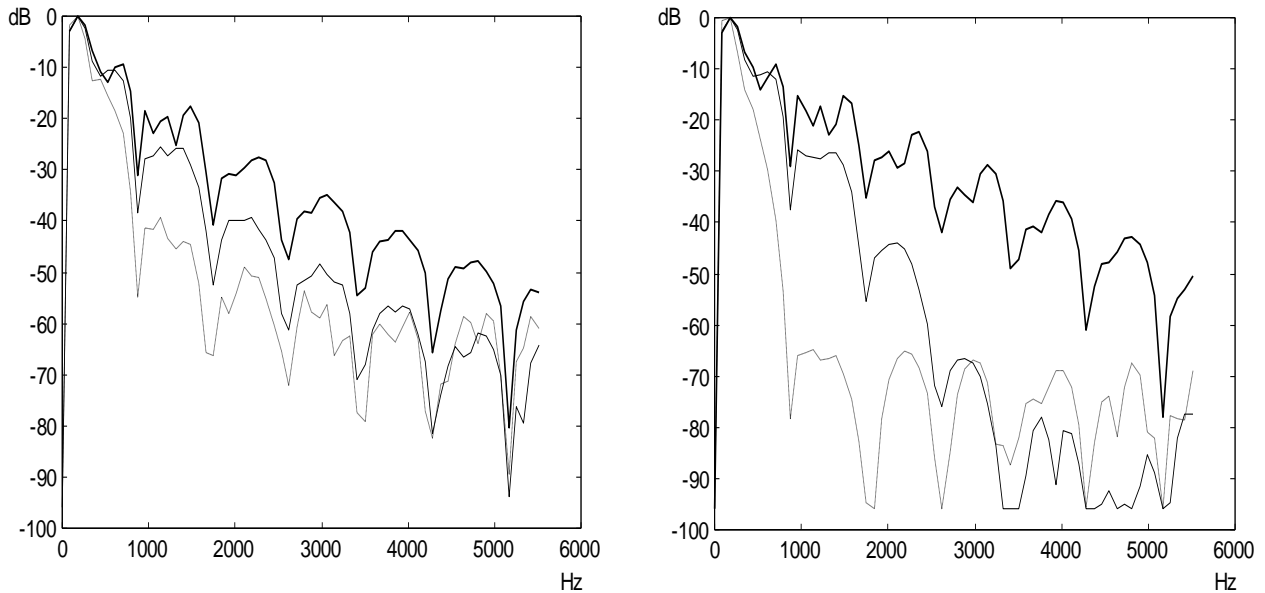


Fig 2. Diversi regimi dinamici per una F3: interazioni a 0.4 (*ppp*), 2.2 (*mf*) e 10 (*fff*) [m/s]. Nella figura a sinistra si simula un feltro omogeneo ed elastico; a destra si simula un feltro duro.

La diversità è data dalla diversa “durezza efficace” che il martello presenta nei confronti della corda per diverse velocità di impatto. Come conseguenza di ciò, si ha che feltri con caratteristiche di non linearità molto pronunciate mostrano una spiccata dinamica timbrica, mentre feltri più elastici e regolari mostrano una maggior omogeneità. Nella figura 2. sono riportate gli spettri di due simulazioni al calcolatore relative a note suonate a regimi dinamici crescenti con due feltri diversi.

I lavori di numerosi fisici, tra cui D.E.Hall [2], hanno confermato che un martelletto è ben rappresentabile da un sistema non lineare di equazioni:

$$\begin{cases} f(t) = k(y_m(t) - y(t))^\alpha \\ f(t) = -m_m \frac{d^2 y_m}{dt^2} \end{cases} \quad (2)$$

in cui f [N] è la forza di interazione tra corda e martelletto, y_m e y [m] sono rispettivamente la posizione del baricentro del martelletto rispetto alla corda e la posizione della corda al punto di contatto, e k e α [mks] sono costanti parametriche opportune. In questo modello si adotta la semplificazione usuale per cui il martello si considera una massa puntiforme che interagisce con la corda per mezzo di una molla non lineare (il feltro).

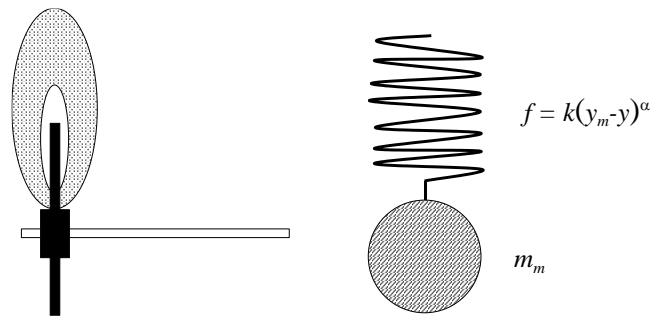


Fig 3. Martelletto del pianoforte. Per semplicità la massa è considerata puntiforme e lunghezza a riposo della molla è supposta nulla; in questo modo la posizione del martelletto è identificata dalla sola coordinata y_m che corrisponde al baricentro della massa.

Questa semplificazione gode del pregio di portare ad un modello estremamente compatto ed efficiente, che mostra una buona aderenza con i risultati sperimentali. D'altra parte, recenti lavori hanno posto in evidenza i limiti di questo modello. Esso infatti non dà conto degli importanti fenomeni legati al comportamento dissipativo del feltro, che si traducono in un comportamento isteretico della forza di interazione.

2.2.3. Punto di percussione

Vale la pena di accennare al fenomeno dei cosiddetti “modi mancanti”: è noto dalla teoria, infatti, che quando una corda ideale viene sollecitata ad una frazione $1/n$ della sua lunghezza, lo spettro del suono risultante mancherà di tutte le armoniche multiple di n . Così, se il martelletto di un pianoforte colpisce la corda ad $1/8$ della lunghezza, nello spettro del suono risultante mancheranno l'8^a armonica, la 16^a, la 24^a e così via. Questo fenomeno è osservato nei pianoforti reali, ma raramente si ha una completa mancanza dei modi previsti. Più spesso si nota una attenuazione (più marcata per i primi modi) dello spettro in corrispondenza dei buchi teorici. Il motivo per cui i modi mancanti non mancano del tutto non è chiaro, ma le attenuazioni sempre presenti, sia pur poco pronunciate, hanno comunque un effetto estremamente importante nella colorazione timbrica del suono.

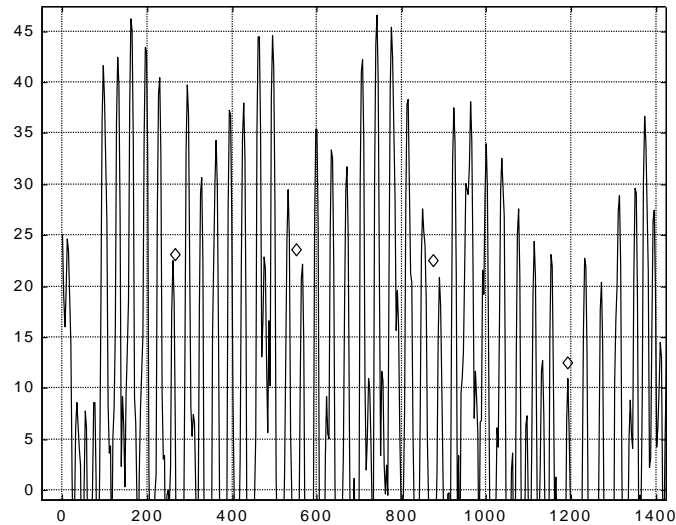


Fig 4. Spettro di una nota C1 di un pianoforte Schulze Pollmann C190. I rombi indicano le posizioni teoriche dei modi mancanti. Si nota una discreta corrispondenza delle misure con i valori previsti.

2.3. Il sistema ponte-tavola armonica

2.3.1. Radiazione

Quanto fino ad ora descritto si riferisce ad un sistema costituito da una corda (o da una terna di corde), rigidamente vincolata alle estremità e colpita da un martelletto. In un pianoforte, però, le corde sono ancorate ad un arpa metallica, che in prima approssimazione si può ritenere perfettamente rigida e quindi immobile, e poggiano su un ponticello in legno la cui funzione è quella di trasferire il moto vibratorio della corda alla tavola armonica.

Il motivo per cui un pianoforte è provvisto di tavola armonica è presto detto: una corda, sebbene costituisca un ottimo oscillatore meccanico, è quasi completamente incapace di trasferire la propria vibrazione all'aria che la circonda, a causa della sua piccola superficie. Ne consegue che una corda, pure in regime di ampie oscillazioni, non emette quasi alcun suono udibile. Diverso è il caso della tavola armonica, che pur poco propensa a vibrare, presenta all'aria una superficie molto grande (alcuni metri quadrati) ed è quindi in grado di trasferire una notevole quantità di energia acustica all'aria pure in regime di piccolissime oscillazioni.

Nel pianoforte, come nella maggior parte degli strumenti cordofoni, queste due situazioni sono sfruttate al meglio: la corda vibra e trasferisce una piccolissima quantità di energia alla tavola armonica, che vibra a sua volta con una ampiezza di pochi micron; tale ampiezza, tuttavia, è sufficiente per trasferire la quasi totalità dell'energia ricevuta dalla corda all'aria e produrre così un suono intenso.

2.3.2. Doppio decadimento

Si osserva subito come l'accoppiamento corda-tavola armonica, che avviene per mediazione del ponticello, presenti un interessante compromesso: a parità di superficie disponibile, per produrre un



suono intenso occorre assorbire più energia alla corda, ma così facendo si provoca una rapida estinzione del suono. Se si desidera avere *sia* un suono intenso *che* un decadimento prolungato, occorre utilizzare più corde a partire già dalla seconda ottava. G. Weinreich [2,4], infatti, ha dimostrato che un sistema di corde multiple è in grado di cedere rapidamente una gran quantità di energia alla tavola armonica e di raggiungere poi una situazione di equilibrio dinamico in cui il flusso di energia viene ridotto in favore di una durata prolungata del suono. In questo modo, il pianoforte beneficia di un andamento temporale estremamente interessante, caratterizzato da una prima fase della durata di qualche secondo (*first sound* o *primo decadimento*) intensa e di rapida estinzione, seguita da una fase molto più prolungata (*aftersound* o *secondo decadimento*) in cui il suono, più debole, si estingue molto più lentamente. In questo modo si ottiene un compromesso di mirabile efficacia: si ha uno strumento in grado di produrre sia note molto intense (nel *first sound*, con attacchi rapidi e brillanti), sia prolungate anche se meno intense (nell'*aftersound*).

Questa capacità apparentemente miracolosa dei sistemi di corde accoppiate di produrre un doppio decadimento è dovuta a due fattori cruciali: la caratteristica meccanica della tavola armonica di *opporci* alla vibrazione (denominata *impedenza meccanica*) e il non perfetto unisono della coppia o terna di corde costituenti una nota. In un sistema costituito da due corde, ad esempio, si può osservare il seguente comportamento:

1. All'inizio, le perturbazioni prodotte dal martelletto giungono al ponticello pressoché contemporaneamente (in fase) e sollecitano il ponticello assieme. Ne deriva che in questa situazione, la cessione dell'energia al ponte è quadrupla di quella di ciascuna corda presa singolarmente⁷.
2. Con il passare dei secondi, la leggerissima differenza di pitch delle due corde fa sì che le perturbazioni prodotte dal martelletto arrivino al ponticello con un ritardo progressivamente crescente, fino al momento in cui tali vibrazioni giungono in opposizione di fase. In questa situazione, se il ponticello potesse muoversi soltanto in fase con le corde, la vibrazione al ponte sarebbe data dalla somma algebrica dei contributi delle due corde, e pertanto nulla⁸. In realtà, il ponticello ha un comportamento molto complesso, descritto dalla sua impedenza meccanica: questo, unitamente alle piccole asimmetrie che sono sempre presenti in due corde non perfettamente uguali, fanno sì che una parte di energia venga ancora ceduta alla tavola armonica, sebbene in misura molto minore a prima. In questo modo, il suono non tace del tutto, ma diviene meno intenso e più prolungato.

In sede di messa a punto, è possibile controllare sia la durata del primo decadimento che l'intensità del secondo decadimento agendo sull'intonazione delle corde che compongono la nota. Piccole alterazioni delle frequenze della coppia o della terna, infatti, si traducono in un allungamento o accorciamento delle fasi viste, per cui è possibile (anche se con evidenti compromessi), privilegiare note brevi e intense o più lunghe e meno intense. Tutto questo fa parte del bagaglio di esperienza dell'accordatore professionista, e in ogni pianoforte accordato con cura si osservano queste piccole, apparentemente casuali deviazioni dal pitch nominale nel pitch delle singole corde (cfr. [1], pag. 335).

⁷ L'energia trasferita varia con il quadrato dell'ampiezza dell'oscillazione.

⁸ Inoltre si avvertirebbe nettamente il fastidioso fenomeno dei *battimenti*.

2.3.3. Impedenza meccanica

In questo processo l'impedenza della tavola armonica gioca un ruolo cruciale: essa infatti misura la suscettibilità della tavola armonica a muoversi in seguito all'applicazione di una forza. L'impedenza meccanica, in letteratura indicata anche come *driving point impedance*, è formalmente definita come:

$$Z(s) = \frac{F(s)}{V(s)} \quad (3)$$

ovvero è il rapporto (complesso) tra le trasformate di Fourier del segnale di forza applicata in un punto e la velocità che in quel punto di misura⁹. Operativamente, l'impedenza meccanica su una tavola armonica può essere misurata applicando in una serie di punti una sequenza di sollecitazioni sinusoidali a diversa frequenza e velocità controllata e misurando la forza esercitata, per esempio attraverso un trasduttore piezometrico. Con questa misura è possibile determinare le ampiezze dei segnali di velocità (noto) e di forza (misurato), nonché i loro sfasamenti relativi: queste informazioni sono sufficienti per determinare completamente il rapporto su scritto. Trascurando la fase, si può facilmente intuire come l'impedenza misuri effettivamente la resistenza che una tavola armonica oppone ad una sollecitazione di tipo vibratorio: la formula (3) infatti ci dice che dove l'impedenza è elevata occorre fornire molta forza per ottenere poca velocità.

L'impedenza meccanica varia lungo tutta l'estensione della tavola armonica (e quindi in particolare lungo tutto il ponticello, in corrispondenza al punto di appoggio di ciascuna corda) e per ciascun punto varia in funzione della frequenza. Ciò è dovuto alla flessibilità della tavola stessa, la quale è più o meno propensa a vibrare secondo la disposizione geometrica dei suoi *modi*. Se si misura l'impedenza in corrispondenza di un ventre o di una cresta modale, l'impedenza della tavola alla frequenza del modo in quel punto sarà molto bassa, viceversa se la misura viene effettuata in prossimità di una linea nodale, l'impedenza misurata alla stessa frequenza in quest'altro punto sarà molto alta.

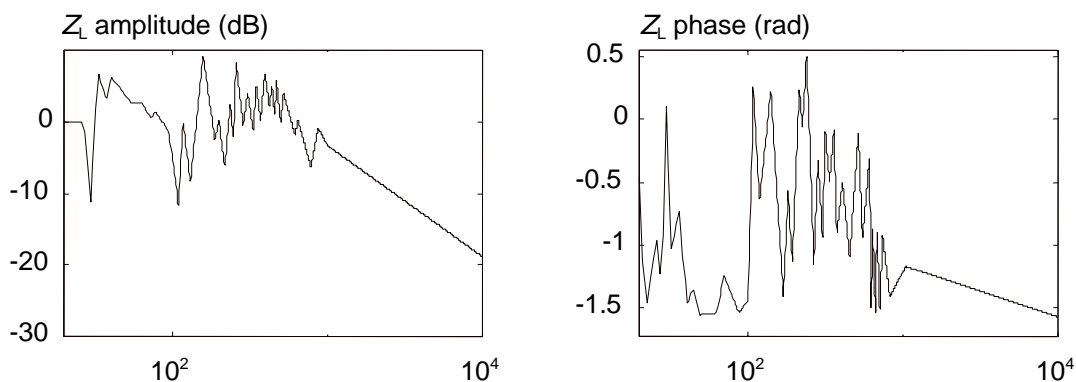


Fig 5. Impedenza meccanica di una tavola armonica di pianoforte verticale. La funzione $Z_L(z)$ è relativa al punto del ponticello su cui sono appoggiate le 3 corde del F#4 (370 Hz). $Z_L(z)$ tratta da Wogram [2], pag.87, fig.5 (ma si veda anche [1], pp 325-326).

Questa caratteristica ha una importante conseguenza nel colore del suono del pianoforte: se per una nota data una delle parziali si trova ad una frequenza in cui l'impedenza meccanica della tavola

⁹ L'unità di misura dell'impedenza meccanica è il Kg/s.

armonica al punto di appoggio è *alta*, tale parziale sarà in grado di trasferire poca energia alla tavola armonica e quindi suonerà più piano ma decadrà più lentamente. Viceversa, una parziale che trovi un'impedenza più bassa si comporterà in modo simmetrico: trasferirà più energia alla tavola armonica e quindi suonerà più intensamente ma per minor tempo.

Come si può notare dalla figura 5, l'andamento dell'impedenza è molto frastagliato; esso inoltre è molto variabile da punto a punto della tavola e, naturalmente, da pianoforte a pianoforte. Ne consegue che l'andamento spettrale di ciascuna nota di ciascun pianoforte è dato da elementi sostanzialmente imprevedibili e aleatori, così che si può ben dire a ragione che non vi sono due note di due pianoforti che suonano allo stesso modo.

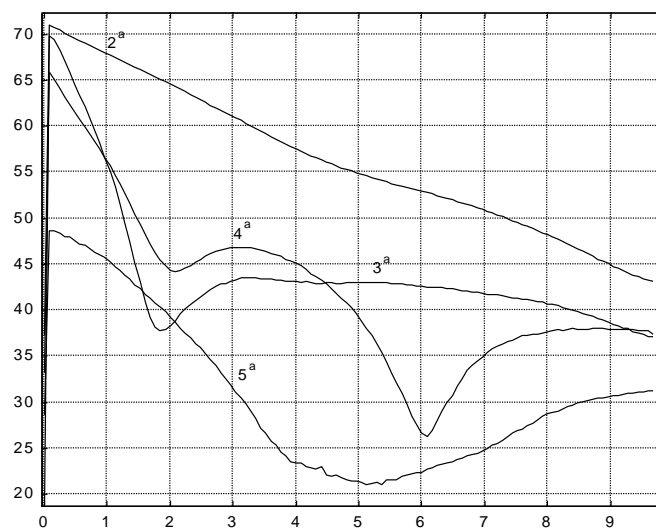


Fig 6. seconda, terza, quarta e quinta parziale di una nota C1 di un pianoforte Schulze Pollmann C190. Sono evidenti i diversi comportamenti nel tempo delle parziali e l'andamento a doppio decadimento nella 3a parziale.

2.4. Altre componenti rilevanti

2.4.1. Il pedale di risonanza

Il pedale di risonanza (*sustain pedal*) agisce sugli smorzatori dell'intera cordiera del pianoforte, sollevandoli e consentendo così a tutte le corde del pianoforte di vibrare liberamente. L'effetto più immediato è quello di impedire al rilascio del tasto di smorzare le note che stanno suonando. In questo modo, ogni nota suonata prosegue nel suo decadimento naturale fino ad estinguersi.

Un effetto più sottile ma non per questo meno importante è quello di consentire all'intera cordiera di vibrare per simpatia con tutte le note che sono state percosse dai martelletti. Questo effetto contribuisce a dare un senso di maggior spazialità e ricchezza al suono del pianoforte.

Come si è detto in precedenza, tutte le corde sono accoppiate alla tavola armonica per effetto del ponticello. Questo significa che non solo la tavola armonica viene messa in moto dalla vibrazione di una corda, ma che anche tutte le corde libere sono poste in vibrazione dal movimento della tavola armonica. Il passaggio di energia dalla cordiera alla tavola è quindi, ovviamente, bidirezionale.

2.4.2. Lo smorzatore

Lo smorzatore ha anche un altro interessante effetto sul timbro del pianoforte, più evidente sulle corde gravi. Al rilascio di un tasto, specialmente se tale rilascio avviene piuttosto bruscamente, il feltro dello smorzatore cala sulla corda e ne assorbe le perturbazioni che in essa si propagano. Per un effetto del tutto analogo a quello dei modi mancanti del martelletto, tuttavia, lo smorzatore non può agire con egual efficacia su tutti i modi della corda. Ne consegue che, detta $1/n$ la frazione di corda a cui agisce lo smorzatore, esso agirà con molta minor efficacia su tutti i modi multipli di n . Ad esempio, se lo smorzatore agisce circa ad $1/7$ della lunghezza della corda, esso smorzereà più lentamente la 7^a, la 14^a, la 21^a parziale, e così via. Questo si traduce in un brusco smorzamento del pitch fondamentale della corda e alla persistenza dei soli modi non smorzati, con un effetto di “coda brillante” nel suono prodotto. Tale effetto, che può in certi casi risultare anche fastidioso e su cui si può cercare di operare al fine di ridurre l’entità, fa comunque parte delle caratteristiche timbriche naturali dello strumento, come rumore della meccanica o della martellata, e pertanto deve essere tenuto nella giusta considerazione nel momento in cui si opera una sintesi di qualità del suono del pianoforte.

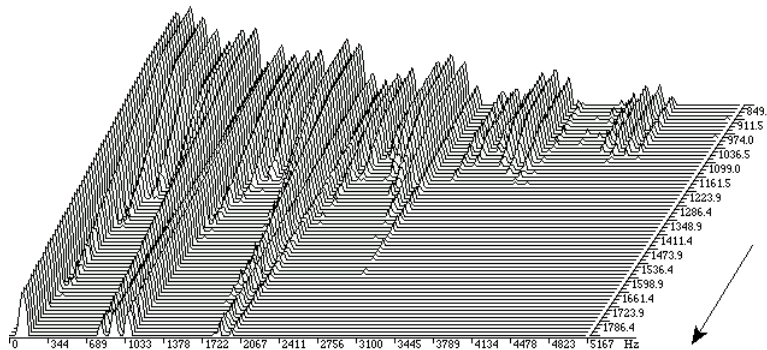


Fig 7. Simulazione dell'intervento dello smorzatore su una nota $C_3=130.81$ Hz. Si nota il rapido decadimento del suono e la persistenza della fondamentale e delle parziali superiori in corrispondenza al punto di contatto tra corda e smorzatore. La freccia indica la direzione dell'asse dei tempi.

2.4.3. Il pedale “una corda”

Il pedale una corda agisce sulla meccanica del pianoforte in modo tale che la martelliera colpisca (prevalentemente) una sola delle corde che compongono la coppia o terna di ciascuna nota. Gli effetti del pedale una corda sono quelli di una minor brillantezza del suono prodotto e di una variazione delle sue caratteristiche di durata nel tempo.

Il primo effetto si può spiegare facilmente ripensando al meccanismo di interazione tra martelletto e corda spiegato in precedenza: quando un martelletto colpisce una sola corda, incontra minor resistenza e il suo tempo di contatto con la corda aumenta. Ne consegue che le riflessioni primarie provenienti dal ponticello ritornano al punto di contatto prima che il martelletto sia stato respinto. In questo caso, il martelletto si comporta quasi come uno smorzatore, assorbendo parte dell’energia ceduta alla corda, in particolare in corrispondenza dei modi superiori. Ne scaturisce un timbro più morbido e di minor intensità.



Il secondo effetto si spiega ripensando al meccanismo esposto per il doppio decadimento: in questo caso la situazione è analoga a quella spiegata in precedenza con l'unica differenza che la seconda corda inizialmente è ferma. Nella fase di primo decadimento, quindi, una sola corda cede energia alla tavola armonica e quindi l'intensità del suono emesso è più bassa ma il decadimento è un po' più lento. Mano a mano che la tavola armonica si mette in moto, anche la corda inizialmente ferma si pone in moto e raggiunge rapidamente la condizione di controfase con la corda principale. In questo caso, spesso si osserva un brusco calo di intensità in corrispondenza al raggiungimento della condizione di equilibrio, dalla quale si esce successivamente per effetto delle asimmetrie del sistema.

3. Sintesi per modelli fisici

3.1. Motivazioni

Il campionamento è sempre stato la tecnica di sintesi più utilizzata per riprodurre il suono del pianoforte negli strumenti digitali. I motivi di ciò sono spiegabili facilmente nell'ottimo rapporto qualità costo che questa tecnica di sintesi fornisce. È noto infatti che nel campionamento il suono sintetizzato è dato dalla riproduzione di un suono reale registrato e convertito nel dominio numerico. In effetti ci si può chiedere, una volta assicurata la qualità del procedimento di acquisizione e riproduzione, che cosa possa esservi di meglio della riproduzione *Hi-Fi* del suono di un ottimo pianoforte da concerto.

In realtà un insieme eterogeneo di motivi rende in parte insoddisfacente questa tecnica di sintesi. Vediamo i principali:

1. In strumenti dotati di poca memoria, si usa registrare solo una parte delle note della tastiera del pianoforte. Le note mancanti vengono quindi ottenute con un procedimento analogo alla riproduzione rallentata o accelerata delle note registrate più vicine a quella mancante. Tale procedimento in molti casi porta a risultati poco realistici.
2. Sempre in strumenti dotati di poca memoria, si usa registrare solo il primo decadimento del suono di pianoforte; la parte di secondo decadimento viene ottenuta eseguendo ciclicamente la porzione finale della registrazione e applicando al segnale così ottenuto un involuppo di ampiezza. Purtroppo, a causa del fenomeno dell'inarmonicità, molte note così riprodotte presentano una modulazione ciclica dovuta alla ripetizione periodica dei battimenti dei modi superiori. Anche in questo caso, in special modo per le note più gravi, il risultato è spesso poco realistico e quindi poco soddisfacente.
3. In quasi tutti i pianoforti a campionamento, si registra il solo regime dinamico di *fortissimo*, e si ottengono gli altri regimi per applicazioni di filtri opportuni. Questa tecnica è la soluzione più economica al problema dell'oggettiva difficoltà di campionare più di un regime dinamico e di fonderli in maniera efficace. Spesso, il risultato di questo procedimento è, ancora una volta, poco soddisfacente.

Si osservi che i problemi esposti fin qui sono dettati sostanzialmente da limiti tecnologici o di costo delle apparecchiature: in linea di principio, nulla vieterebbe (se non il costo notevole dello strumento risultante) di realizzare campionamenti di *tutte* le note in *tutti* i regimi dinamici per l'intera lunghezza. Vi sono tuttavia dei problemi legati alla struttura stessa del campionamento, che non possono essere risolti semplicemente aumentando le informazioni raccolte dallo strumento. Tra questi citiamo almeno i seguenti:



4. Nel campionamento si ha la somma lineare di un certo numero di oscillatori (suoni) indipendenti tra loro. In un pianoforte reale, per l'effetto dell'interazione tra le corde e la tavola armonica, un accordo suona diversamente dalla semplice sovrapposizione delle singole note che lo compongono.
5. Nel campionamento ogni nota viene riprodotta esattamente uguale a se stessa. Nel pianoforte reale ogni nota possiede una *stato*, ossia una memoria di ciò che le è successo fino all'istante attuale. Così, le note appartenenti ad un *trillo* o ad un *ribattuto* non sono mai uguali tra loro, perché il martelletto incontra ogni volta una corda già in moto.
6. L'azione del pedale di risonanza nel pianoforte reale non è sostanzialmente riproducibile operando con la tecnica del campionamento. A pedale premuto, il suono che un pianoforte produce non dipende solo dalle note che stanno suonando in quel momento, ma dallo stato dell'intera cordiera.

Una soluzione praticabile che risolve alcuni dei problemi del campionamento e che è già stata in parte impiegata con successo da Generalmusic nei pianoforti digitali della linea RP è quella di utilizzare la tecnica cosiddetta della *sintesi per modelli fisici*.

3.2. Ipotesi fondamentali

Nella sintesi per modelli fisici si simula il comportamento di una sorgente sonora in modo da ottenere il suono che essa produce per effetto della soluzione dinamica delle equazioni che la descrivono. I benefici di questa tecnica sono abbastanza evidenti: *se* il modello della sorgente è sufficientemente accurato e *se* si sono presi in considerazione tutti gli aspetti rilevanti ai fini musicali del fenomeno acustico da modellare, *allora* ogni intervento sul modello coerente con la realtà fisica dovrebbe produrre il risultato che si può misurare in analoghe condizioni sullo strumento reale.

Naturalmente nessun modello realistico può essere tanto accurato da prendere in considerazione *tutti* gli aspetti relativi ai fenomeni fisici che riguardano uno strumento vero. Ad esempio, nel caso del pianoforte, non ci si porrà il problema di descrivere correttamente il comportamento dello strumento quando si sbatte il coperchio della tastiera. Questo comportamento, anche se rilevante per la realtà fisica dello strumento (e forse utilizzato da musicisti particolarmente anticonformisti), viene considerato non pertinente alla catena di cause ed effetti che portano alla produzione del suono. Pertanto, ogni modello di strumento musicale dovrà partire da uno studio e una scelta dei fenomeni fisici e delle componenti che si intendono modellare. Questa scelta condiziona da un lato il costo complessivo del modello, e quindi la sua eventuale realizzabilità, dall'altro definirà i limiti dello "strumento virtuale" prodotto.

Nel caso del pianoforte le componenti fondamentali che sono state riprodotte sono quelle descritte in precedenza: **martelletto, corde, smorzatori, ponte e tavola armonica** [8], [9].

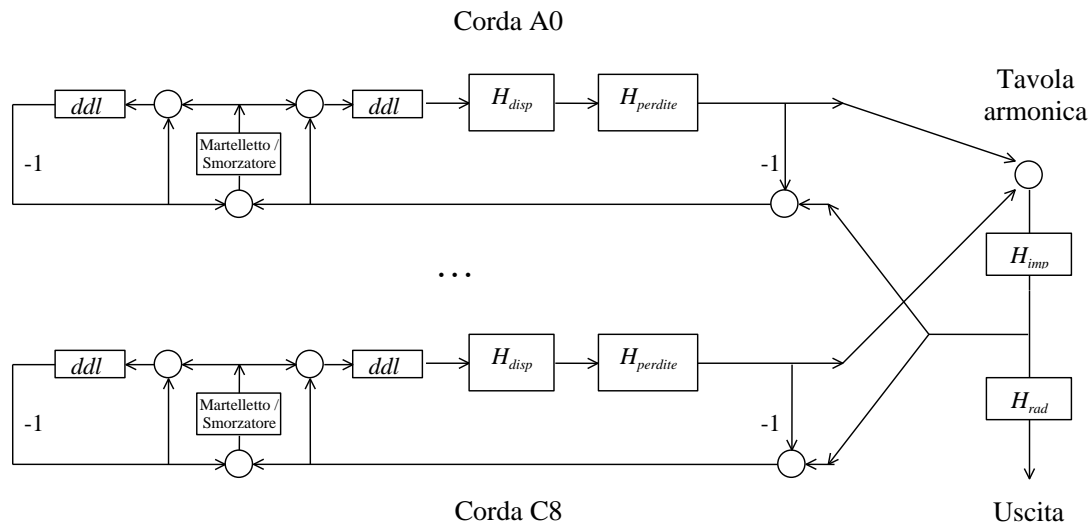


Fig 8. schema complessivo di principio del modello numerico del pianoforte.

3.3. Modello di interazione

3.3.1. La corda

Il cardine del modello fisico di pianoforte è costituito dal modello di interazione tra martelletto e corda. In questo modello si forniscono le equazioni della dinamica di un martelletto puntiforme e si descrive la sua interazione con una corda non ideale.

Il problema di realizzare un modello sufficientemente accurato ma non eccessivamente costoso di corda vibrante è stato risolto utilizzando la tecnica delle cosiddette *digital delay line*, indicate in figura 8. con il simbolo *ddl*. Questa tecnica parte dalla considerazione che in una corda ideale le perturbazioni in essa introdotte si propagano senza distorsioni lungo di essa, fino a raggiungere le estremità dove hanno luogo fenomeni di riflessione e ribaltamento. Nel dominio numerico questo è realizzato facilmente con una *linea di ritardo*, o *registro a scorrimento*, in cui i campioni presenti vengono fatti traslare tutti nella stessa direzione in modo sincrono con il periodo di campionamento. Fenomeni ulteriori, come la dispersione modale o le perdite per attriti interni o per attrito con l'aria, sono correttamente simulati per mezzo di opportuni filtri lineari, indicati in figura 8. rispettivamente con H_{disp} per le dispersioni e $H_{perdite}$ per le perdite. Il risultato di questo approccio porta ad una realizzazione numerica molto efficiente, sufficientemente accurata e stabile dal punto di vista numerico [7].

3.3.2. Il martelletto

Il modello del martelletto [6] è stato ottenuto dalle formule viste in precedenza (cfr. equazione (2)), applicando una tecnica di soluzione numerica che ha garantito l'efficienza e la stabilità del modello una volta accoppiato a quello della corda. Il martelletto numerico risultante è quindi caratterizzato da pochi parametri di controllo fisicamente coerenti, quali la sua massa, e i parametri di durezza k e α che come si è visto controllano la dinamica timbrica dello strumento.

Il blocco del martelletto realizza anche lo smorzatore, che è ottenuto per mezzo di una perdita concentrata su un punto della corda. Con tale metodi si simulano ottimamente gli effetti misurabili sui rilasci delle note dei pianoforti reali.



Un problema piuttosto considerevole nasce in sede di parametrizzazione del modello: in sostanza si tratta di attribuire i giusti valori alle costanti e ai parametri dei filtri che sono coinvolti nel modello. Ad esempio, nel caso della corda occorre conoscere la densità del materiale che la compone (il che, nel caso delle corde avvolte, non è banale), la tensione applicata, l'entità delle perdite in funzione della frequenza e l'esatto andamento delle curve di dispersione modale. Questi parametri variano, spesso in modo discontinuo per ogni nota e vanno identificati con cura, pena un sensibile scadimento della qualità dei timbri prodotti. In molti casi, dove non erano disponibili misure fisiche attendibili, si è sfruttata la natura di analogo fisico del modello e si è proceduto con tarature "a orecchio" dei parametri dello strumento.

3.3.3. *Il sistema ponte-tavola armonica*

La realizzazione del modello del ponticello e della tavola armonica ha presentato una serie di problemi sia teorici che pratici: la realizzazione di un sistema lineare distribuito in grado di presentare un valore di impedenza meccanica vario e frastagliato come quello riportato in figura 5., variabile non solo in frequenza ma anche per ciascuna corda, comporta sia difficoltà di progettazione, sia un costo computazionale elevatissimo per la struttura risultante. Si è posta quindi una ipotesi semplificativa piuttosto drastica: si è postulato che l'interazione tra le varie corde del pianoforte avvenisse in un solo punto e che in quel punto fosse presente un elemento con impedenza "simile" a quella di figura. In questo modo, si ha una impedenza variabile con la frequenza ma uguale per tutte le note del pianoforte.

Questa ipotesi, che sembra snaturare completamente la struttura stessa dello strumento, si è rivelata piuttosto efficace. Infatti, la realizzazione di un solo elemento di impedenza, indicato in figura 8. con la dicitura H_{imp} , ha reso possibile la riduzione sia dello sforzo progettuale, che della parametrizzazione, che del costo complessivo della struttura, pur riuscendo a riprodurre nella sua essenza il comportamento timbrico dinamico osservato nei pianoforti reali.

3.3.4. *Radiazione*

Il problema della corretta modellizzazione della radiazione del pianoforte è stato affrontato solo marginalmente in sede di sintesi del modello. Di fatto, questo problema è tra i meno approfonditi nell'ambito della fisica del pianoforte. Qui basterà accennare al fatto che l'efficienza di radiazione di un pianoforte a coda presenta una caratteristica estremamente frastagliata in frequenza, simile per certi versi a quella dell'impedenza della tavola armonica¹⁰. Tuttavia due sono le condizioni che valgono per ogni pianoforte e che permettono di definire un andamento qualitativo di massima di tale parametro:

1. In bassa frequenza l'efficienza di radiazione si riduce per effetto del "cortocircuito acustico" tra la faccia superiore e quella inferiore della tavola. In pratica, la vibrazione a bassa frequenza si limita a spostare l'aria tra le due facce della tavola, essendo il mantello troppo piccolo per costituire uno schermo efficace, e questo fenomeno va a scapito della produzione di un fenomeno sonoro sufficientemente intenso. I valori misurati da Wogram [2], indicano che un pianoforte verticale è sostanzialmente incapace di irradiare sotto i 90Hz.
2. In alta frequenza si osservano fenomeni di cortocircuito acustico tra le zone d'aria posizionate in corrispondenza dei modi superiori della tavola. In pratica, due aree che vibrano in controfase tra

¹⁰ Questo non deve sorprendere, visto che sia l'impedenza meccanica che l'efficienza di radiazione sono entrambi spiegati dai medesimi meccanismi fisici che descrivono il comportamento della tavola armonica.

loro si limitano a spostare l'aria tra di esse, ancora una volta a scapito della radiazione del suono. I valori misurati da Wogram indicano che in un pianoforte l'efficienza diminuisce in ragione di 20dB per decade a partire da circa 1 KHz.

Sovrapposto a questo andamento generale, l'efficienza di radiazione presenta un profilo molto frastagliato e di difficile prevedibilità: di fatto, non solo ogni pianoforte presenta picchi o attenuazioni a frequenze caratteristiche proprie, ma queste figure variano secondo la posizione del coperchio o, addirittura, della posizione dell'osservatore. Per questi motivi, si è deciso di simulare soltanto l'andamento di massima della efficienza di radiazione, indicato in figura 8. con la dicitura H_{rad} .

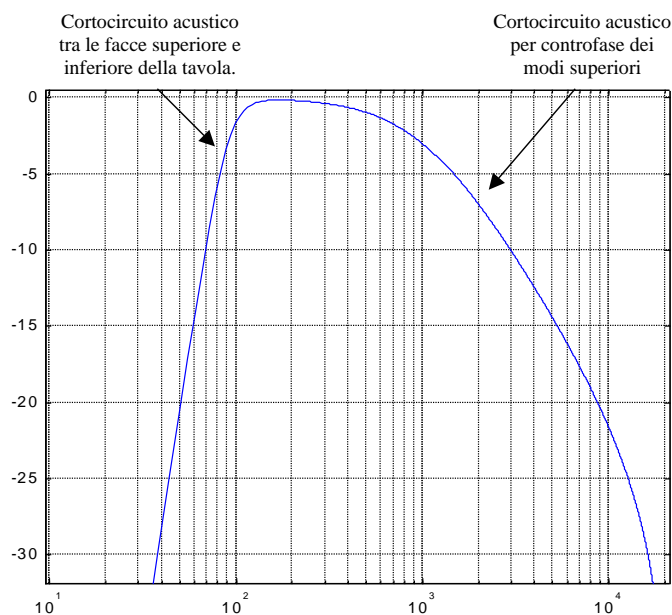


Fig 9. andamento schematico dell'efficienza di radiazione della tavola armonica di un pianoforte a coda. Nella figura sono indicati gli effetti dei cortocircuiti acustici che limitano la risposta in frequenza della tavola.

3.4. Risultati

Il modello così progettato è risultato sufficientemente leggero e flessibile da consentire la realizzazione di un prototipo in tempo reale su una workstation dotata di due processori Pentium II 300. Purtroppo, la potenza di calcolo a disposizione non ha permesso la realizzazione dell'intera cordiera e si è quindi provveduto alla realizzazione di un algoritmo di gestione delle risorse che consente a 40 corde di suonare simultaneamente. Con questo espediente si è riusciti ad ottenere una struttura sufficientemente realistica e non particolarmente penalizzante per l'esecutore. In ogni momento, infatti, la tavola armonica e la dinamica di 40 corde della cordiera sono simulate correttamente, sia dal punto di vista dell'eccitazione, sia per quanto riguarda il contributo alle risonanze ottenute a pedale premuto. Nel caso che l'esecutore richieda l'intervento di una nuova corda, l'algoritmo di gestione individua la corda "meno dannosa" (tipicamente una corda quasi ferma) e la elimina, liberando così le risorse necessarie per la nuova nota.

I risultati ottenuti sono stati confortanti: sebbene il modello sia ancora piuttosto lontano dalla qualità timbrica attesa, il carattere dinamico dello strumento e gli effetti che esso manifesta durante



l'esecuzione sono giudicati "naturali" dalla maggior parte dei musicisti. Quello che si osserva è che, nonostante lo strumento sia carente dal punto di vista timbrico, esso si comporta in modo coerente con le azioni che il musicista compie su di esso. In effetti, si potrebbe dire che a causa delle semplificazioni introdotte nei modelli e dei limiti implementativi attuali, lo strumento prodotto si presenta più come un prototipo di strumento "ispirato al pianoforte" (o, meglio, al fortepiano) che non ad un piano in piena regola.

In ogni caso, il modello realizzato rappresenta un primo tentativo di applicare i concetti e le teorie studiate in campo fisico e acustico alla realizzazione di uno strumento musicale virtuale completo e funzionante. Sebbene la strada da percorrere sia ancora lunga, i risultati venuti da questa esperienza ci permettono di guardare al futuro della sintesi per modelli fisici con ottimismo.

4. Conclusioni

La realizzazione di modelli fisici per la sintesi del suono è oramai diventata una valida alternativa ad altre tecniche di sintesi basate sul modello astratto del segnale. La fisica degli strumenti acustici compie ogni giorno nuovi progressi e le tecniche di calcolo e i mezzi a disposizione della ricerca e dell'industria si fanno sempre più potenti, rendendo possibile l'implementazione di modelli sempre più complessi e sofisticati.

I benefici derivanti da questo approccio non riguardano tanto la qualità del timbro, che per il momento rimane oggettivamente al di sotto delle aspettative, quanto la possibilità di controllare lo strumento usando gli stessi criteri della sua controparte acustica. Quindi, accanto alla figura del "liutaio virtuale" si fa sempre più importante la figura dell'"accordatore virtuale", ovvero di colui che è in grado di preparare e regolare al meglio lo strumento in modo che, come nella realtà, ogni esemplare possieda caratteristiche uniche.

5. Ringraziamenti

Questo lavoro non sarebbe stato possibile senza l'aiuto dei molti ricercatori che hanno contribuito allo studio teorico e alla realizzazione pratica del modello di interazione qui descritto. Tra tutti, vogliamo ringraziare Francesco Scalcon di Generalmusic S.p.A, il cui contributo nello studio dell'inarmonicità delle corde e nel modello dell'impedenza meccanica della tavola armonica si è dimostrato fondamentale per il successo del progetto. Vogliamo anche ringraziare i professori Giovanni Battista De Biasi e Giovanni De Poli per l'attenta revisione critica del lavoro di ricerca svolto.

Bibliografia

Nota: i titoli consigliati in questa prima sezione si rivolgono ad un pubblico interessato ad approfondire la fisica dello strumento. Ancorché non eccessivamente tecniche, alcune di queste letture presuppongono una conoscenza di matematica e fisica a livello (almeno) di scuola media superiore, la conoscenza della lingua inglese e una solida motivazione personale. Tutti i testi in inglese citati sono reperibili presso la biblioteca del Dipartimento di Elettronica e Informatica dell'Università degli studi di Padova. Il testo edito da Askenfelt è probabilmente di difficile reperibilità, ma si può senz'altro contattare l'editore per avere informazioni. Il testo di Fletcher e Rossing si può acquistare nelle librerie ben fornite, eventualmente previa ordinazione. Gli articoli della rivista "Le scienze" si possono trovare in qualsiasi biblioteca.

- [1] N.H.Fletcher, T.D.Rossing: *The Physics of Musical Instruments*, Springer Verlag, New York, 1990.



- [2] AA.VV.: *Five Lectures on the Acoustics of the Piano*, edito da Anders Askenfelt, Royal Swedish Academy of Music no. 64, Stoccolma, 1990.
- [3] E.Donnel Blackham: “La fisica del pianoforte”, in *Le Scienze Quaderni n.87, Scienza e musica* curato da Sergio Cingolani, dicembre 1995, pp. 25-32.
- [4] G.Weinreich: “Le corde accoppiate del pianoforte”, in *Le Scienze Quaderni n.87, Scienza e musica* curato da Sergio Cingolani, dicembre 1995, pp.33-40. Anche in *Le scienze*, n.127, marzo 1979.

Le letture che seguono rappresentano alcuni approfondimenti sul modello di interazione. Tutti i testi sono reperibili presso la biblioteca del Dipartimento di Elettronica e Informatica dell'Università degli studi di Padova. Avvertiamo che gli articoli sono ad elevato contenuto tecnico e richiedono al lettore una solida preparazione di base nella teoria dell'elaborazione numerica dei segnali.

- [5] M.Ambrosini, F.Campetella, F.Scalcon, G.Borin: “Simulazione dell'effetto del pedale di risonanza nei pianoforti digitali”, *Atti della II Conferenza Internazionale di Acustica e Ricerca Musicale (CIARM)*, Ferrara, 1995, pp.101-106.
- [6] G.Borin, G.De Poli: “A Hysteretic Hammer-String Interaction Model for Physical Model Synthesis”, *Proceedings of the Nordic Acoustical Meeting, (NAM)*, Helsinki, 1996, pp.399-406.
- [7] D.Rocchesso, F.Scalcon: “Accurate Dispersion Simulation for Piano Strings”, *Proceedings of the Nordic Acoustical Meeting, (NAM)*, Helsinki, 1996, pp.407-414.
- [8] G.Borin, D.Rocchesso, F.Scalcon: “A Physical Piano Model for Music Performance”, *Proceedings of the International Computer Music Conference*, Salonicco, 1997, pp.350-353.
- [9] G.Borin, D.Rocchesso, F.Scalcon: “A Real-Time Physical Model of the Piano”, *Proceedings of the XII Colloquium on Musical Informatics*, Gorizia, settembre 1998, pp.266-267.